

RJEŠENJA

Prvi kontrolni zadatak

Djeljivost prirodnih brojeva · VI razred



GRUPA A

Zadatak 1 (10 + 10 bodova)

A

a) Odredi zbir svih djelilaca broja 28. b) Odredi sve dvocifrene sadržaoce broja 12.

a) Djelioce tražimo u parovima: $28 = 1 \cdot 28 = 2 \cdot 14 = 4 \cdot 7$

$$D(28) = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\} \quad 1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28 = 56$$

b) Sadržaoce dobijamo množenjem broja 12 prirodnim brojevima:
 $12 \cdot 1 = 12$, $12 \cdot 2 = 24$, ..., $12 \cdot 8 = 96$; $12 \cdot 9 = 108$ je već trocifren.

zbir djelilaca = 56 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96

Zadatak 2 (10 + 10 bodova)

A

- a) Odredi broj koji pri dijeljenju sa 13 daje količnik 15 i ostatak 9. b) Broj 540 rastavi na proste činioce.

Pravilo: $\text{djeljenik} = \text{djelilac} \cdot \text{količnik} + \text{ostatak}$, pri čemu je ostatak manji od djelioca.

a) $a = 13 \cdot 15 + 9 = 195 + 9 = 204$ provjera: $9 < 13$

b) $540 : 2 = 270$, $270 : 2 = 135$, $135 : 3 = 45$, $45 : 3 = 15$, $15 : 3 = 5$,
 $5 : 5 = 1$

$$a = 204 \quad 540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

Zadatak 3 (20 bodova)

A

Odredi sve cifre koje se mogu staviti umjesto znaka $*$ tako da važi:

a) $2 \mid \overline{61*}$ – posljednja cifra mora biti parna

$$\Rightarrow * \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

b) $3 \mid \overline{4*15}$ – zbir cifara $4 + * + 1 + 5 = 10 + *$ djeljiv sa 3: 12, 15, 18

$$\Rightarrow * \in \{2, 5, 8\}$$

c) $4 \mid \overline{83*6}$ – dvocifreni završetak $\overline{*6}$ djeljiv sa 4: 16, 36, 56, 76, 96

$$\Rightarrow * \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

Zadatak 3 (nastavak)

A

d) $5 \mid \overline{27*}$ – posljednja cifra je 0 ili 5

$$\Rightarrow * \in \{0, 5\}$$

e) $9 \mid \overline{5*04}$ – zbir cifara $5 + * + 0 + 4 = 9 + *$ djeljiv sa 9: 9 ili 18

$$\Rightarrow * \in \{0, 9\}$$

a) 0, 2, 4, 6, 8 b) 2, 5, 8 c) 1, 3, 5, 7, 9 d) 0, 5 e) 0, 9

Zadatak 4 (6 + 6 bodova)

A

Bez izračunavanja pokaži da važi: **a)** $3 \mid (4128 + 2715)$ **b)** $5 \mid (145 \cdot 237 + 62 \cdot 1230)$

a) $4+1+2+8 = 15$ i $2+7+1+5 = 15 \Rightarrow 3 \mid 4128$ i $3 \mid 2715$

Ako su oba sabirka djeljiva sa 3, onda je i njihov zbir djeljiv sa 3.

b) 145 se završava cifrom 5 $\Rightarrow 5 \mid 145 \Rightarrow 5 \mid 145 \cdot 237$; 1230 se završava nulom $\Rightarrow 5 \mid 62 \cdot 1230$

Ako je jedan činilac djeljiv sa 5, djeljiv je i cijeli proizvod; zbir dva takva broja djeljiv je sa 5.

A

b) 24 i 42

a) jesu uzajamno prosti b) nisu uzajamno prosti

Zadatak 6 (16 bodova)

A

Iz skupa $A = \{3, 8, 37, 61, 126, 245, 480, 550, 594, 1000, 2025, 40552\}$ izdvoji brojeve djeljive sa:

- a) sa 2 – parni brojevi: 8, 126, 480, 550, 594, 1000, 40552
- b) sa 4 – posljednje dvije cifre djeljive sa 4: 8, 480, 1000, 40552
- c) sa 9 – zbir cifara djeljiv sa 9: 126, 594, 2025

Zadatak 6 (nastavak)

A

d) sa 25 – završavaju sa 00, 25, 50 ili 75: 550, 1000, 2025

e) sa 6 – djeljivi i sa 2 i sa 3: 126, 480, 594

f) prosti brojevi – imaju tačno dva djelioca: 3, 37, 61

Pažnja: 245 se završava cifrom 5, ali $245 : 25$ nije cijeli broj, pa nije djeljiv sa 25.

RJEŠENJA

Prvi kontrolni zadatak

Djeljivost prirodnih brojeva · VI razred



GRUPA B

Zadatak 1 (10 + 10 bodova)

B

a) Odredi zbir svih djelilaca broja 45. b) Odredi sve dvocifrene sadržaoce broja 15.

a) Djelioce tražimo u parovima: $45 = 1 \cdot 45 = 3 \cdot 15 = 5 \cdot 9$

$$D(45) = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\} \quad 1 + 3 + 5 + 9 + 15 + 45 = 78$$

b) Sadržaoce dobijamo množenjem broja 15 prirodnim brojevima:
 $15 \cdot 1 = 15$, $15 \cdot 2 = 30$, ..., $15 \cdot 6 = 90$; $15 \cdot 7 = 105$ je već trocifren.

$$\text{zbir djelilaca} = 78 \quad 15, 30, 45, 60, 75, 90$$

Zadatak 2 (10 + 10 bodova)

B

- a) Odredi broj koji pri dijeljenju sa 14 daje količnik 16 i ostatak 11. b) Broj 600 rastavi na proste činioce.

Pravilo: $\text{djeljenik} = \text{djelilac} \cdot \text{količnik} + \text{ostatak}$, pri čemu je ostatak manji od djelioca.

a) $a = 14 \cdot 16 + 11 = 224 + 11 = 235$ provjera: $11 < 14$

b) $600 : 2 = 300$, $300 : 2 = 150$, $150 : 2 = 75$, $75 : 3 = 25$, $25 : 5 = 5$,
 $5 : 5 = 1$

$$a = 235 \qquad 600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$$

Zadatak 3 (20 bodova)

B

Odredi sve cifre koje se mogu staviti umjesto znaka $*$ tako da važi:

a) $2 \mid \overline{47*}$ – posljednja cifra mora biti parna

$$\Rightarrow * \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

b) $3 \mid \overline{6*23}$ – zbir cifara $6 + * + 2 + 3 = 11 + *$ djeljiv sa 3: 12, 15, 18

$$\Rightarrow * \in \{1, 4, 7\}$$

c) $4 \mid \overline{95*4}$ – dvocifreni završetak $\overline{*4}$ djeljiv sa 4: 04, 24, 44, 64, 84

$$\Rightarrow * \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

Zadatak 3 (nastavak)

B

d) $5 \mid \overline{84*}$ – posljednja cifra je 0 ili 5

$$\Rightarrow * \in \{0, 5\}$$

e) $9 \mid \overline{3*06}$ – zbir cifara $3 + * + 0 + 6 = 9 + *$ djeljiv sa 9: 9 ili 18

$$\Rightarrow * \in \{0, 9\}$$

a) 0, 2, 4, 6, 8 b) 1, 4, 7 c) 0, 2, 4, 6, 8 d) 0, 5 e) 0, 9

Zadatak 4 (6 + 6 bodova)

B

Bez izračunavanja pokaži da važi: **a)** $3 \mid (5271 + 3846)$ **b)** $5 \mid (215 \cdot 346 + 78 \cdot 1450)$

a) $5+2+7+1 = 15$ i $3+8+4+6 = 21 \Rightarrow 3 \mid 5271$ i $3 \mid 3846$

Ako su oba sabirka djeljiva sa 3, onda je i njihov zbir djeljiv sa 3.

b) 215 se završava cifrom 5 $\Rightarrow 5 \mid 215 \Rightarrow 5 \mid 215 \cdot 346$; 1450 se završava nulom $\Rightarrow 5 \mid 78 \cdot 1450$

Ako je jedan činilac djeljiv sa 5, djeljiv je i cijeli proizvod; zbir dva takva broja djeljiv je sa 5.

B

b) 36 i 48

16

Zadatak 6 (16 bodova)

B

Iz skupa $B = \{ 7, 16, 41, 71, 234, 425, 552, 738, 956, 1575, 2500, 60\,352 \}$ izdvoji brojeve djeljive sa:

- a) sa 2 – parni brojevi: 16, 234, 552, 738, 956, 2500, 60 352
- b) sa 4 – posljednje dvije cifre djeljive sa 4: 16, 552, 956, 2500, 60 352
- c) sa 9 – zbir cifara djeljiv sa 9: 234, 738, 1575

Zadatak 6 (nastavak)

B

d) sa 25 – završavaju sa 00, 25, 50 ili 75: 425, 1575, 2500

e) sa 6 – djeljivi i sa 2 i sa 3: 234, 552, 738

f) prosti brojevi – imaju tačno dva djelioca: 7, 41, 71

Pažnja: 956 je paran i djeljiv sa 4, ali zbir cifara $9+5+6 = 20$ nije djeljiv sa 3, pa nije djeljiv ni sa 6.